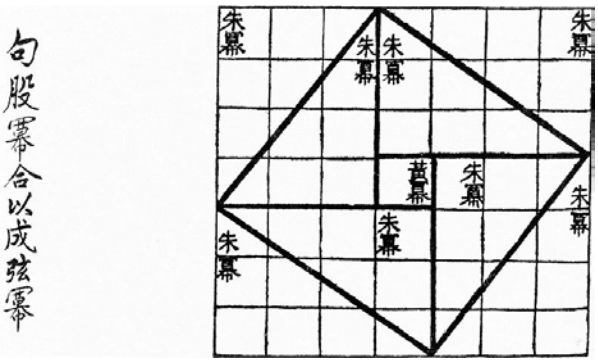
El color en les matemàtiques

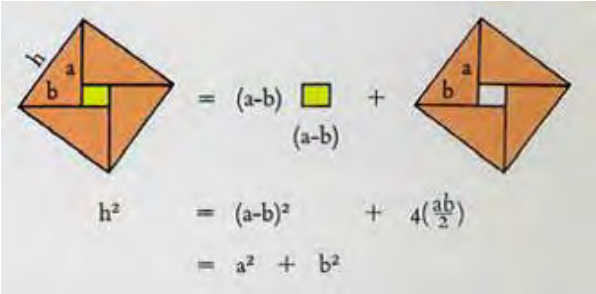
Maria Alberich Carramiñana
Universitat Politècnica de Catalunya

En aquest article reflexionarem sobre el paper que té el color en les matemàtiques. Segurament, de seguida ens ve al cap la pregunta: quin interès té el color en les matemàtiques?, i en ciència i tecnologia, en general'

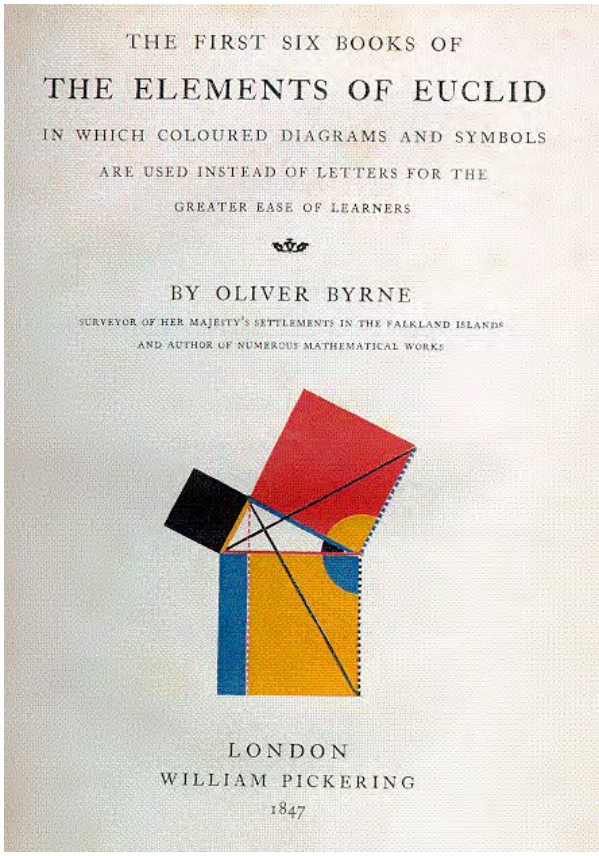
Qui de nosaltres no ha assenyalat elements geomètrics en una figura en colors diferents per seguir més fàcilment el raonament d'una demostració? Moltes vegades uns colors ben triats que il·lustren un dibuix són més entenedors que mil paraules d'una demostració. Aquest recurs s'usa en matemàtiques des de temps immemorials. El tractat xinès més antic de matemàtiques *Chou Pei Suan Ching* (que recull problemes matemàtics des del segon mil·lenni abans de Crist) inclou una demostració visual del teorema de Pitàgores usant un únic i simple diagrama.



Segons Needham i Wang Ling [*Science and Civilisation in China: Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth*, 1959], en l'època dels comentaristes Liu i Chao (aproximadament 300 dC), que van reeditar aquest tractat, el quadrat petit central estava acolorit de groc, i els triangles rectangles del voltant estaven pintats de vermell. Com fa notar Tufte al seu llibre *Envisioning Information*, els colors estaven pensats per guiar el raonament de la demostració elegant:

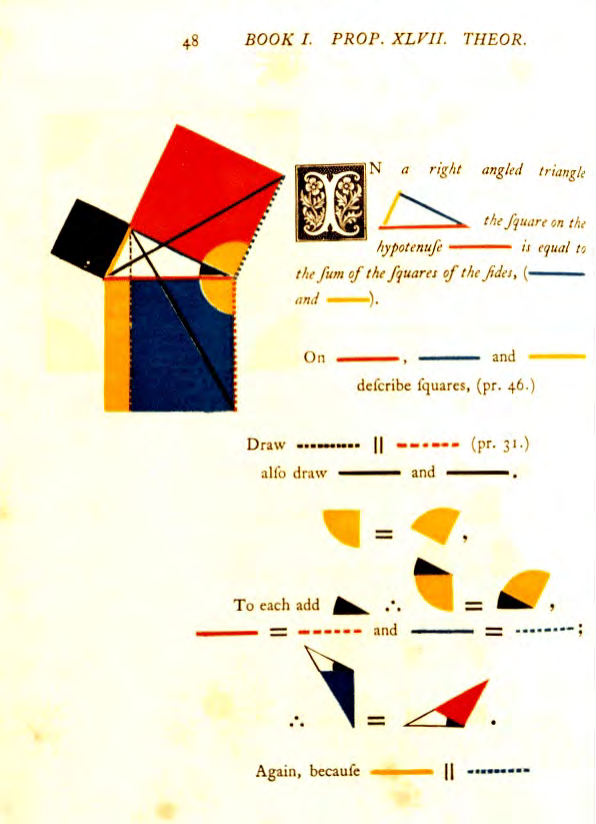


En contrast amb el que acabem de veure, la demostració del teorema de Pitàgores dels *Elements* d'Euclides empra unes cinc-centes paraules. Precisament el 1847 es va publicar a Anglaterra una curiosa edició dels sis primers llibres dels *Elements* d'Euclides a càrrec del matemàtic i docent Oliver Byrne.



El que distingeix l'edició de Byrne de qualsevol altra és que presenta les demostracions

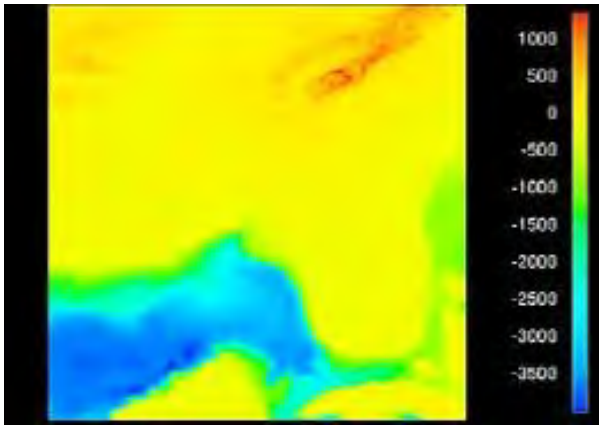
d'Euclides mitjançant dibuixos de colors cridaners, usant el mínim possible de notació i de text escrit. Vegem a continuació una part de la demostració del teorema de Pitàgores d'aquesta edició (extreta de l'enllaç `https://www.math.ubc.ca/~cass/euclid/byrne.html`).



D'altra banda, moltes investigacions científiques i tecnològiques es basen en l'adquisició, en el processament i en l'estudi de dades. Es calibren amb precisió els instruments que s'usen per adquirir dades. S'implementen i s'optimitzen algorismes que processaran aquestes dades. S'estudia el comportament de models que s'usaran per interpretar aquestes dades o per simular els fenòmens que s'estan observant. El final del procés comporta gairebé sempre la visualització d'unes dades, i en aquest punt la tria de colors té la seva importància. Tot i que només podem diferenciar una dotzena de nivells d'intensitat diferent en l'escala de grisos, l'ull humà pot distingir milers de colors diferents. Així podríem diferenciar centenars de nivells diferents de dades, utilitzant colors. El color és, per tant, una eina extremadament poderosa per a la visualització de dades científiques. Com tota eina amb grans avantatges, l'ús del color també representa grans perills.

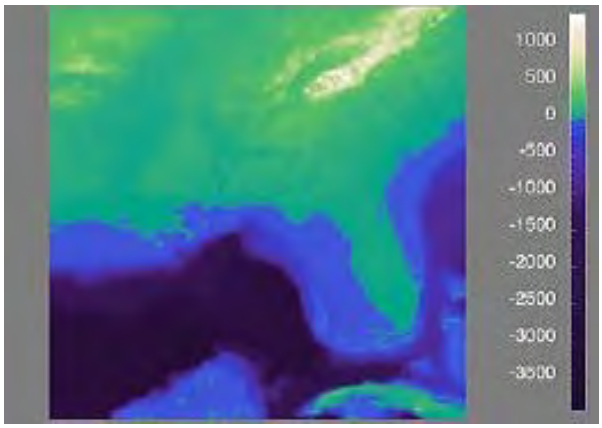
Un ús del color poc encertat pot distorsionar el significat de les dades i pot portar a avaluacions, conclusions o decisions equivocades. Per tant, per aconseguir la representació efectiva i correcta de dades és important conèixer com el sistema visual humà processa la informació del color.

Experimentem-ho mirant les dues imatges que venen a continuació, seguint la proposta de Rogowitz i Treinish a *Why should engineers and scientists be worried about color?*, IBM Research Center, 1996. Totes dues imatges visualitzen el mateix conjunt de dades, però en cadascuna s'ha fet servir una paleta i una aplicació de color diferent. Es tracta de dades topogràfiques i batimètriques de la zona del golf de Mèxic i la península de Florida. Tot i que l'aspecte de les visualitzacions pot semblar ben diferent, les dues aplicacions d'assignació de color són isomorfes.



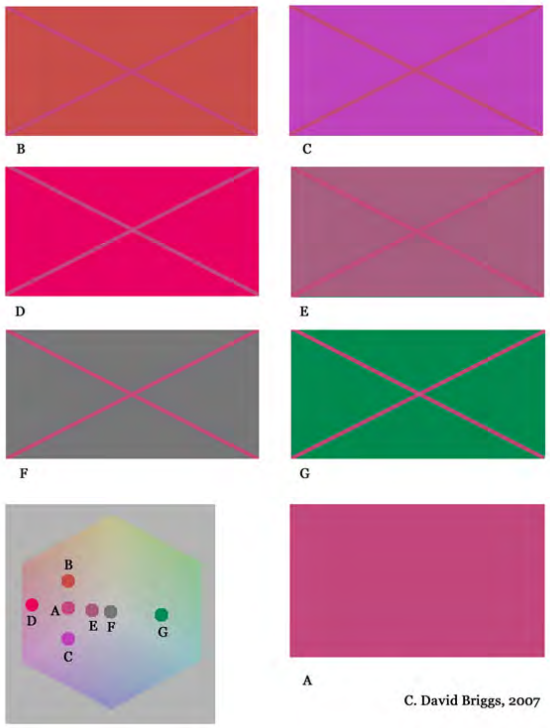
En la primera imatge s'ha utilitzat l'aplicació d'assignació de color estàndard per visualitzar dades, que és la l'arc de sant Martí o de l'espectre (es pot veure la llegenda vertical a la dreta de la imatge). El valor més baix està representat pel blau, el més alt pel vermell, i els valors intermedis s'apliquen de forma contínua a matisos de colors diferents obtinguts per interpolació en l'espai de color vermell-verd-blau (RGB, Red-Green-Blue). La visió humana distingeix els diversos matisos de colors i interpreta estructures diferents en les dades relatives a cada color diferent: una vasta regió groga, limitada per una àrea verda, amb una franja cian a la zona inferior esquerra, i les zones taronges i vermelles. Aquestes estructures percebudes com si fossin diferents són falses o

enganyoses, ja que no hi ha cap canvi abrupte en les dades que les justifiqui. Això es coneix com el *fenomen d'aparició de pseudoestructures* o *d'artefactes perceptius*. És ben comprensible que, per aquest motiu, la comunitat mèdica hagi estat sempre cautelosa en introduir colors a les seves representacions visuals.

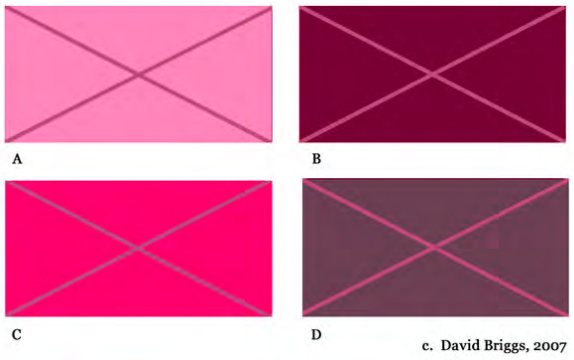


La segona imatge està representada segons una aplicació de color que té en compte les dades representades i el sistema visual humà. En particular, cada interval en les dades de la mateixa magnitud s'ha representat d'un color, de manera que, en variar d'un color a un altre, es percebi per l'ull humà com un canvi de magnitud equivalent al de les dades. A més, en la visualització s'ha diferenciat un llindar en les dades, el valor d'altitud del nivell del mar, que és d'interès especial per a l'usuari. Aquest llindar s'ha fet notar amb el canvi de tonalitats verdes a blaves. Quina de les dues visualitzacions en color ens sembla més adequada?

Hi ha diversos fenòmens interessants relacionats amb el processament de la informació del color per part del sistema visual humà que cal tenir en compte si en volem fer ús, tant en matemàtiques com en art. Un d'aquests fenomens és que l'aparença visual d'un color rep la influència dels colors que l'envolten. Aquest fenomen s'anomena *contrast simultani*: l'aspecte del color s'allunya del color circumdant en les tres dimensions del color, matís o tonalitat, saturació, i valor o lluminositat. Podem experimentar-ho directament a través de les tres imatges següents extretes del portal web «The dimensions of colour» de David Briggs.

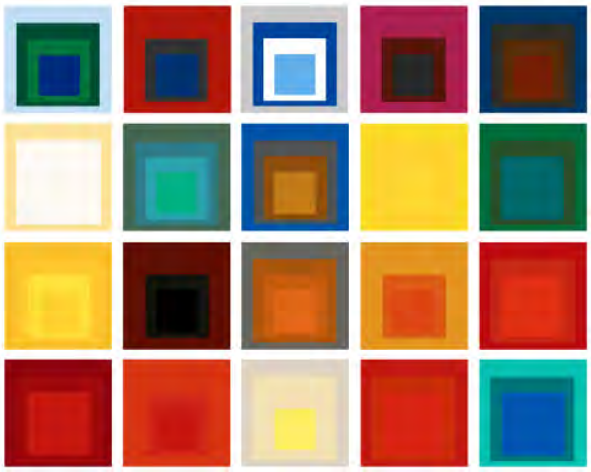


La imatge anterior mostra l'efecte del contrast simultani de tonalitat i saturació. El mateix color vermell-morat (A) es veu més violeta contraposat al vermell (B), més vermell contraposat al morat (C), més baix en saturació contraposat al vermell-morat brillant (D), i progressivament més alt en saturació contraposat al vermell-morat (E), al gris (F) i al verd (G).

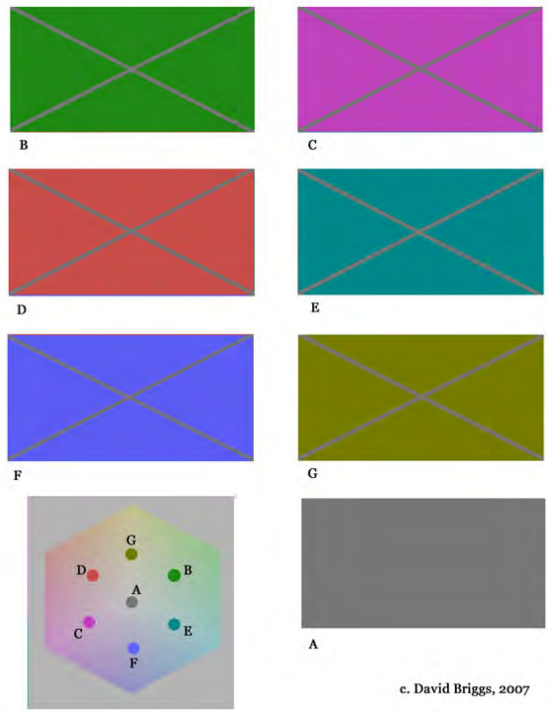


A la figura de dalt podem observar el contrast simultani de lluminositat i de saturació. El mateix vermell-morat d'abans es veu més fosc contraposat a un color més clar (A) i més clar contraposat a un color més fosc (B) de matís i saturació semblants. El canvi d'aparença s'intensifica quan es combina amb un contrast en saturació (C, D). Precisament, aquest efecte va ser utilitzat en les conegudes sèries d'il·lusions

òptiques d'atracció, resistència, pes i moviment, obra de Josef Albers i titulades *Homenatge al quadrat*.



A continuació, la figura de baix il·lustra l'efecte del contrast simultani de matisos. Un gris mitjà (A) es mostra en un fons d'intensitat similar i verd (B), magenta (C), vermell (D), cian (E), blau (F) i groc (G). En cada cas, l'aparença del color gris es mou cap a la tonalitat del complement additiu del color del fons, és a dir, amb un to magenta (B), verd (C), cian (D), vermell (E), groc (F) i blau (G).



Aquesta versatilitat de l'aparença d'un mateix to de gris, que es pot aconseguir segons els colors circumdants, va inspirar la famosa frase d'Eugène Delacroix: «Doneu-me fang dels carrers i en faré pell d'una Venus d'un color deliciós; només necessito que em deixeu triar els colors que hi posaré al voltant». Un cas especial de contrast simultani de matís o tonalitat, important per a l'artista, és el fenomen dels colors complementaris en les ombres. En presència d'una llum principal fortament acolorida i d'una llum secundària neutra, els colors en les ombres de la llum principal canvien en aparença cap al complementari del color de la llum. L'efecte d'inducció del complementari és la base de la regla artística convencional que les llums càlides creen ombres fredes, i viceversa.

El contrast simultani és el responsable del conegut problema dels artistes que les barreges de pintura poden semblar molt diferents quan estan sobre la paleta (especialment sobre una paleta blanca) que quan s'apliquen sobre la pintura. Com va dir John Ruskin, escriptor i crític d'art, «cadascun dels tints d'una obra s'altera per cadascuna de les pinzellades que s'afegeixen en altres llocs; de manera que el que fa un minut era càlid, es converteix en fred quan en un altre lloc s'aplica un color més càlid, i el que estava en harmonia, es fa discordant quan s'afegeixen al seu costat altres colors».

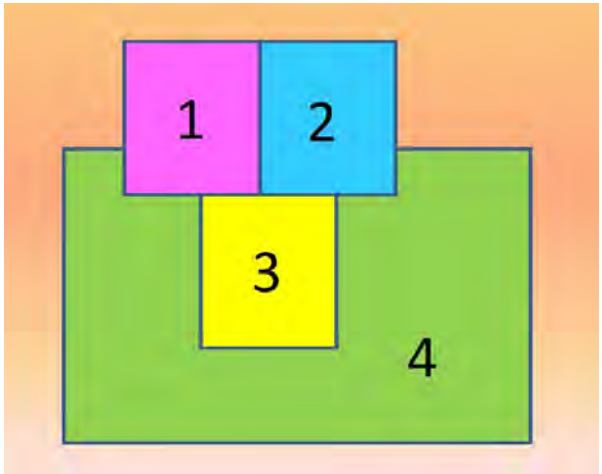
En una obra pictòrica els colors estan tots relacionats. L'artista acostuma a triar abans de començar una obra una gamma cromàtica per a la seva paleta, això és, una família de colors amb certa harmonia entre si. A l'hora de visualitzar dades, és bo tenir en compte les mateixes consideracions.

Continuem amb la nostra reflexió del color en les matemàtiques, ara des d'un altre punt de vista. Aquestes dues paraules, *color* i *matemàtiques*, ens evoquen el famós problema d'acolorir mapes regionals o polítics amb el mínim nombre de colors diferents. S'han de respectar, però, dues regles: la primera és que dues regions que comparteixen un tros de frontera s'han de pintar amb colors diferents; la segona regla és que no estan permeses regions desconnectades. Es tracta del famós problema dels quatre colors, que té una història interessant, i que es pot explicar fàcilment a l'aula, aprofundint més o menys en els raonaments matemàtics que involucra. Tot seguit, us proposo una breu ruta «turística» pel problema dels

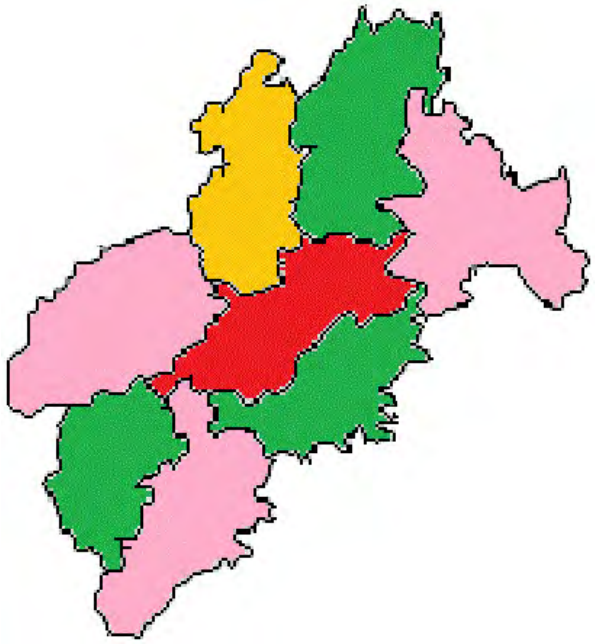
quatre colors, inspirada en part en el capítol «It's a colorful world» del llibre *Euler's gem* (2008) de Richeson.

El problema dels quatre colors es pot presentar a l'aula com un joc entre dues persones, un joc inventat pel matemàtic C. Dogson (1832–1898), més conegut per Lewis Caroll, autor d'*Alícia al país de les meravelles*. La persona A s'ha d'inventar el mapa d'un continent en un full de paper amb un nombre qualsevol de regions. Aleshores, la persona B l'ha d'acolorir de manera que dues regions veïnes (entenent per veïnes que comparteixen un tros de frontera i sabent que tenir en comú només un punt no compta com a «veïns») tinguin colors diferents. L'objectiu del joc és que A ha de dibuixar un mapa prou complicat perquè obligui B a usar molts colors, mentre que B ha de trobar la manera de pintar el mapa amb el mínim de colors que li sigui possible.

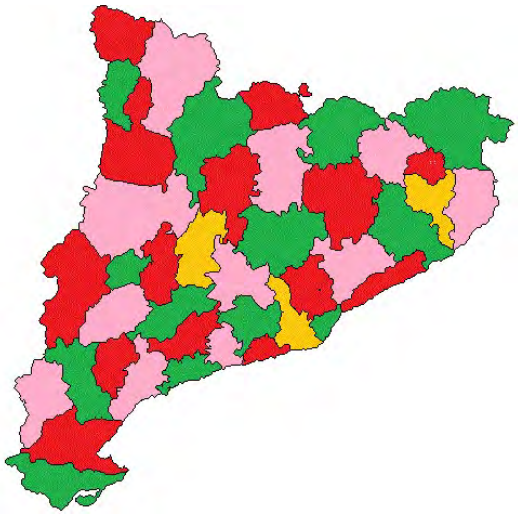
Si plantegem aquest joc a classe, veurem que un mateix mapa pot requerir un nombre més alt o més baix de colors depenent de les tries de colors que es facin a cada pas. Hi ha unes configuracions de regions, a les quals cal parar atenció, tant la persona A (perquè obligarà B a usar més colors dels necessaris si no està prou atenta) com la persona B.



En una superfície plana podem dibuixar fàcilment quatre regions de colors diferents on cada color toca els altres tres, com en el dibuix anterior. Per tant, clarament quatre colors són necessaris, com a mínim. Hi ha una altra manera de forçar l'ús de quatre colors. Vegem-ho amb la porció de mapa de les comarques de Catalunya següent.



Com que la Conca de Barberà (és al mig en vermell) està envoltada per un nombre senar de comarques (el Priorat, les Garrigues, l'Urgell, la Segarra, l'Anoia, l'Alt Camp i el Baix Camp), es necessiten quatre colors per acolorir-les totes.



Si identifiquem les comarques catalanes que tenen aquesta propietat, veurem que són vuit: la Conca de Barberà, l'Urgell, la Segarra, l'Alt Penedès, l'Anoia, el Bages, el Gironès i el Pla de l'Estany. Si comencem acolorint amb atenció aquestes comarques i les seves veïnes, podem aconseguir acolorir el mapa de totes les comarques catalanes amb només quatre colors, usant el quart color només tres vegades.

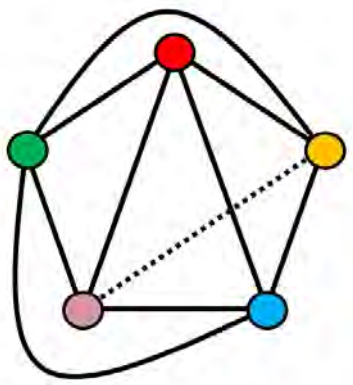
Pot inventar la persona A un mapa encara més complicat? Pot aconseguir A que B necessiti cinc colors? Veurem tot seguit que és impossible inventar-se un mapa amb cinc regions de colors on cada color toca els altres quatre, és a dir, cinc regions mútuament veïnes. N'hi ha prou per afirmar que només calen quatre colors per acolorir qualsevol mapa?

Malgrat que sovint s'atribueixi el mèrit als cartògrafs de ser els primers a adonar-se que només calen quatre colors per acolorir un mapa polític, no hi ha cap evidència en la història de la cartografia que doni suport a aquesta afirmació. Si fullegeu algun atles, hi trobareu molts colors. El fet de minimitzar el nombre de colors en un mapa no sembla que hagi estat mai una preocupació dels cartògrafs. De fet, si recordem el que s'ha comentat més amunt sobre l'ús del color en la visualització de dades, segurament la preocupació dels cartògrafs deu haver estat, més aviat, evitar repetir colors en zones properes: el mateix color repetit en regions properes pot induir a extreure'n la conclusió errònia que es podria tractar d'una mateixa regió amb dos components desconnectats.

La història del problema dels quatre colors comença el 1852, en què Francis Guthrie, recent llicenciat en matemàtiques, s'adona que el mapa de comarques angleses es pot acolorir només amb quatre colors i es pregunta si això és cert en general. Està tan intrigat pel problema que li pregunta al seu germà Frederick, el qual altra vegada també el comparteix amb el seu professor, el matemàtic A. De Morgan. El problema li agrada tant a De Morgan que en fa publicitat entre els seus col·legues, i és A. Cayley qui en fa difusió en un congrés de la Societat Matemàtica de Londres el 1878. El problema queda recollit a les actes d'aquest congrés, i milers de còpies impreses són distribuïdes arreu del mon. Des d'aleshores i gràcies a la simplicitat de l'enunciat, es converteix en el problema favorit de les persones amants de les matemàtiques.

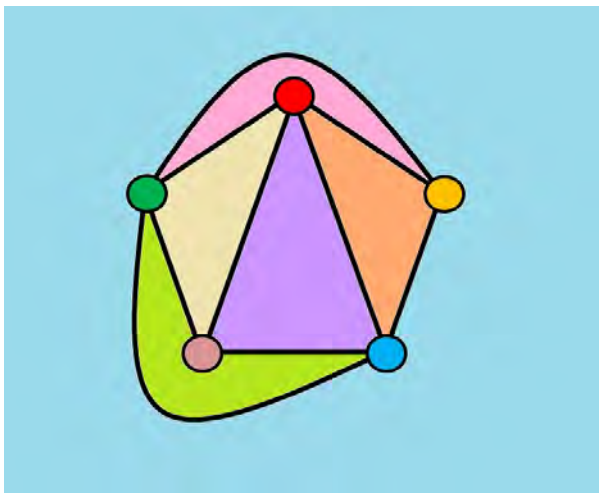
Hi ha un problema relacionat que també es pot proposar a classe, el problema de les cinc princeses, el qual s'atribueix a A. Möbius cap al 1840. Diu el següent: una reina d'un país llunyà i extens va deixar el seu reialme en herència a les seves cinc filles amb la condició que es dividissin el territori en cinc regions de manera que cada regió fos veïna de les altres quatre. Com es van dividir el reialme les cinc princeses?

La solució del problema de les cinc princeses és equivalent al de l'existència d'un mapa amb cinc regions mútuament veïnes. Suposem que cada princesa estableix una capital al seu reialme i que es construeixen deu carreteres que uneixen cada parella de capitals. Si complir el testament de la seva mare fos possible, es podrien construir les carreteres sense que es tallessin entre si.



Acabem de traduir el problema d'acolorir mapes a un problema equivalent sobre saber si un graf es pot dibuixar sobre un paper sense autointerseccions. Un graf és un objecte format per uns punts, anomenats *vèrtexs*, que fan el paper dels països (i per aquest motiu a la figura anterior hi apareixen en colors diferents), i uns segments, anomenats *arestes*, que fan el paper de les fronteres comunes, o de carreteres entre les capitals dels països que travessen les fronteres comunes. Un graf que es pot dibuixar sobre un paper sense autointerseccions s'anomena *planar*. Així, doncs, el problema de les cinc princeses equival a determinar que el graf del pentàgon i les seves diagonals, que és un graf «famós» en matemàtiques i se'l coneix com a K_5, sigui planar. De fet, el problema dels quatre colors es pot traduir en un problema de grafs, i aquest ha estat històricament el primer pas de l'estratègia per resoldre'l. Però què es guanya en aquesta traducció del problema inicial dels quatre colors en un altre d'equivalent sobre grafs? En un graf es pot considerar una nova entitat anomenada cara, que és una regió delimitada per arestes, i hi ha una propietat molt útil que relaciona el nombre

de vèrtexs, d'arestes i de cares d'un graf planar connex, i que es coneix com a *fórmula d'Euler*: $V - A + C = 2$. En aquesta fórmula es considera la regió exterior infinita que envolta el graf com una cara més. Per exemple, el graf de la figura següent té $V = 5$, $A = 9$ i, com afirma la fórmula d'Euler, $C = 2 + A - V = 2 + 9 - 5 = 6$ cares, comptant la cara exterior (pintada de blau clar).

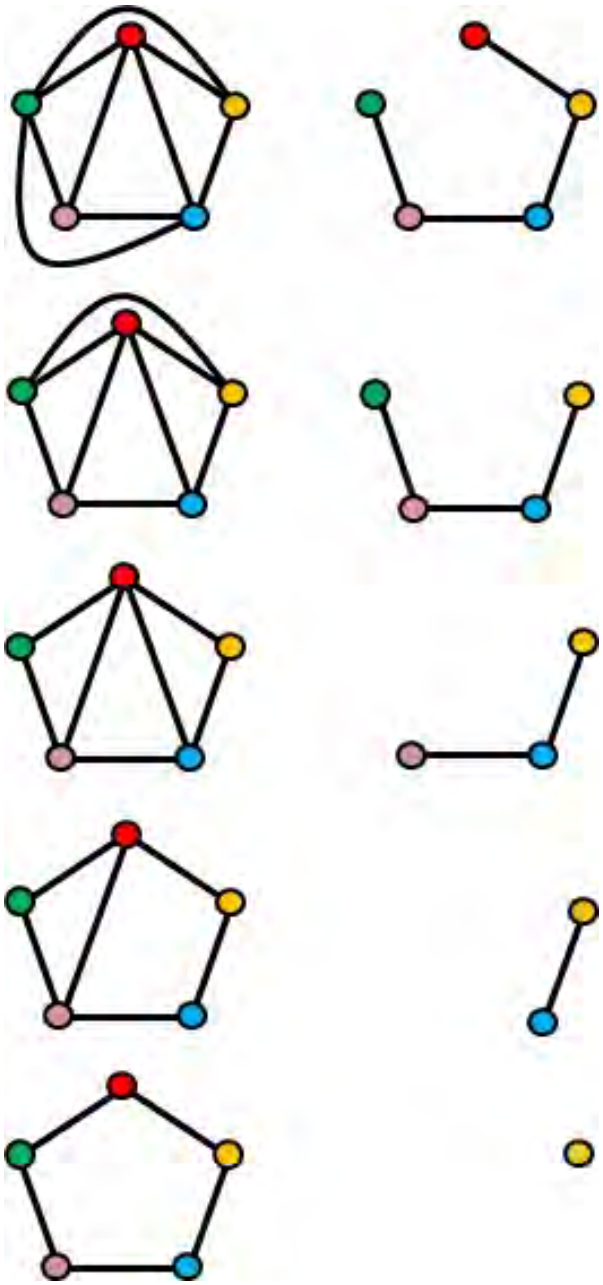


Conclourem que és impossible per a les cinc princeses de complir la voluntat de sa mare. Malgrat que no aconseguim dibuixar el graf K_5 com un graf planar, això no significa que no es pugui fer i cal que ho demostrem: suposarem que el graf K_5 sí que és planar i arribarem a una contradicció. Segons la fórmula d'Euler, la representació planar de K_5 hauria de tenir $C = 2 + A - V = 2 + 10 - 5 = 7$ cares. D'altra banda, el graf K_5 no té cap aresta que comenci i acabi en un mateix vèrtex, ni cap parella d'arestes que comencin i acabin en els mateixos vèrtexs. Per tant, la mitjana d'arestes m que envolten una cara (comptant totes les cares) ha de ser com a mínim $m \geq 3$. L'avantatge de considerar la cara exterior infinita es posa ara en evidència, ja que permet afirmar que cada aresta limita exactament dues cares. Per tant, $2A = mC \geq 3C$. Però coneixem el nombre de cares $C = 7$ i d'arestes $A = 10$, que si se substitueixen en la desigualtat anterior dona $20 \geq 21$, una contradicció. Així, doncs, el graf K_5 no pot ser planar.

Al llarg de la història s'han presentat moltes presumptes demostracions del teorema dels quatre colors (quatre colors són suficients per acolorir un mapa), les quals han resultat ser errònies, perquè donaven per fet que aquest problema és equivalent a fer que el graf K_5 no sigui planar. Tanmateix, la inexistència d'un mapa amb cinc regions mútuament veïnes només elimina una de les possibles barreres en la demostració del teorema dels quatre colors. Encara resta la possibilitat que es pogués concebre un mapa sense cinc regions mútuament veïnes que no pogués ser acolorit amb quatre colors.

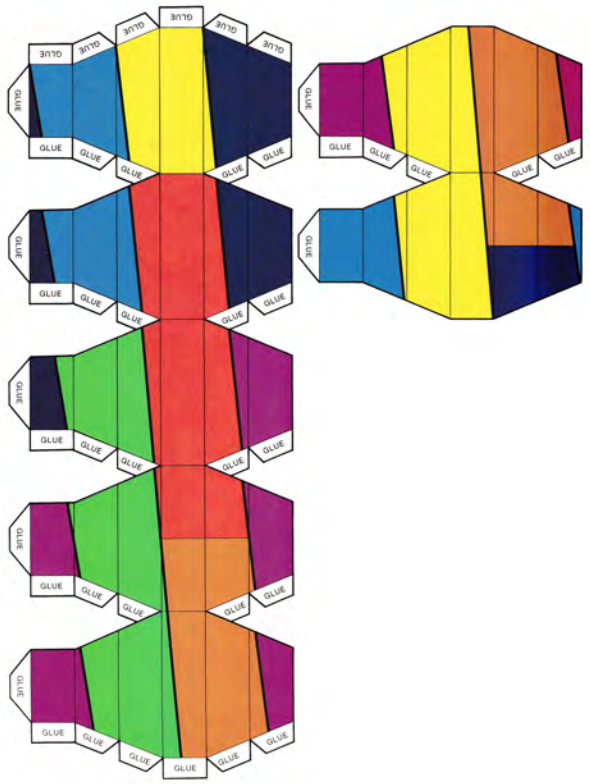
Tornem ara al relat de la història del teorema dels quatre colors. L'any següent que Cayley donés a conèixer el problema, A. Kempe, un alumne seu, anuncia que en té una prova i la publica el 1880. Durant una dècada, la demostració de Kempe és acceptada per la comunitat matemàtica, fins que el 1890 el matemàtic P. Heawood troba un mapa en el qual els raonaments de Kempe fallen. Contràriament a la resta de demostracions falses del teorema que van succeir-se durant els cent anys següents, la demostració de Kempe introdueix raonaments nous i astuts, en els quals es basa la idea de la demostració posterior completa i correcta. Per saber-ne més detalls, recomano les lectures *Euler's gem* (2008) de David Richeson i *¿Cuatro colores son suficientes?* de Marta Macho. És interessant remarcar que la traducció del problema en termes de grafs planars i la fórmula d'Euler són les idees clau de la demostració del teorema dels quatre colors.

Si es vol presentar i demostrar la fórmula d'Euler per a grafs planars connexos a l'aula de secundària, es pot plantejar un raonament a través d'una visualització que explico a continuació. El dibuix del graf en el pla es pot imaginar com una illa, de la qual es destaquen unes característiques que es poden codificar mitjançant tres nombres (V, A, C): el nombre V de vèrtexs, el nombre A d'arestes que imaginem com si fossin dics de contenció, i el nombre C de cares o porcions de terra determinades pels dics (comptant-hi la cara exterior infinita, és a dir, l'extensió de la mar que envolta l'illa). Podem imaginar la mar embravida que transforma l'illa, que en destrueix els dics o les arestes d'una en una. Observem que només hi ha dues maneres d'eliminar una aresta: en eliminar l'aresta s'elimina també una cara, com en la primera columna de la figura següent; en eliminar l'aresta s'elimina també un vèrtex, com en la segona columna de la mateixa figura.



Aquest segon cas, només ocorre quan l'aresta acaba en un vèrtex, al qual només hi arriba l'aresta que s'elimina. En tots dos casos es manté constant la relació $V - A + C$, ja que o bé V i A disminueixen en una unitat i C es manté constant, o bé C i A disminueixen en una unitat i V es manté constant. És fàcil endevinar el procés final de les transformacions successives: un únic vèrtex. En aquest cas, la relació és simple: $V - A + C = 1 - 0 + 1 = 2$, ja que hem acordat afegir l'extensió de la mar que envolta el vèrtex en el còmput de cares. Com que tot graf planar connex acaba en un vèrtex únic mitjançant les transformacions que hem considerat, i aquestes transformacions conserven la relació $V - A + C$ el graf inicial ha de complir, doncs, la mateixa relació que la del vèrtex únic, $V - A + C = 2$, és a dir, la fórmula d'Euler.

És curiós que un problema tan senzill d'enunciar com el d'acolorir mapes planars trigués tant a ser resolt, fins i tot, trigués més que el problema d'acolorir mapes en altres superfícies no esfèriques. El problema per a l'esfera és equivalent al del pla, ja que podem passar d'un a l'altre per projecció estereogràfica. Per exemple, en el cas d'un tor, que és una superfície en forma d'anell, tot mapa es pot acolorir amb només set colors. El mateix Heawood, el 1890, demostra que com a màxim se'n necessiten set. El problema es tanca el 1968, en què Ringel i Youngs proven que set és el nombre exacte de colors que es necessiten per acolorir mapes sobre un tor. És un exercici fàcil trobar cinc regions mútuament veïnes sobre el tor. De fet, hi podem trobar fins a set regions mútuament veïnes, feina una mica més entretinguda.



La imatge anterior mostra un desenvolupable del tor acolorit amb set regions mútuament veïnes, el qual es pot trobar al llibre *Mathematical Curiosities 3*, de G. Jenkins i A. Wild, de Tarquin Publications.

Es poden trobar altres propostes més artístiques de set regions mútuament veïnes acolorides sobre objectes que tenen una forma semblant a la del tor, com la tassa que es mostra a la imatge següent.

L'ansa de la tassa té la mateixa forma que l'anell del tor. De fet, amb modificacions «elàstiques» de la forma, es pot transformar una figura en l'altra, com es pot observar a la imatge següent. Matemàticament es considera la tassa i el tor topològicament equivalents, o, en altres paraules, que tenen la mateixa forma.

La història de la demostració del teorema dels quatre colors té un final controvertit, i té alguna cosa a veure amb l'art i amb la filosofia, especialment amb l'estètica. El 1977 K. Appel, W. Haken i J. Koch publiquen les dues parts de la primera demostració completa i correcta del teorema dels quatre colors. Aquests matemàtics havien presentat el seu treball l'any anterior en un congrés de la Societat Americana de Matemàtiques i la resposta de la comunitat matemàtica va ser més aviat freda, molt diferent d'una resposta entusiasta que hom podria esperar. El motiu va ser que la demostració feia ús de càlcul per computador. Concretament, en els raonaments de la demostració arriben a detallar un conjunt de 1936 grafs diferents, i cadascun d'ells ha de complir una certa propietat. Per efectuar la comprovació de la propietat per a cadascun d'aquests grafs es va programar un ordinador IBM 360 perquè fes els càlculs, el qual va necessitar 1.200 hores per fer-los. La verificació per part d'un ésser humà de la feina que va fer l'ordinador era impossible.

Va ser el primer «gran» teorema demostrat amb l'ajuda d'ordinador. I això va fer que molts matemàtics «purs» trobessin la demostració poc elegant i insatisfactòria. De la mateixa manera que la literatura, la filosofia i l'art, les matemàtiques sempre s'havien concebut com intrínsecament humanes, sense plantejar-se mai la possibilitat que podien ser automatitzades. El 1996, N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour i R. Thomas publiquen una nova demostració del teorema dels quatre colors. La seva aportació redueix el conjunt a 633 grafs, però la seva demostració encara requereix l'ajuda del computador. Precisament aquests 633 grafs

han inspirat l'obra *Ugliness* de l'artista Justin Mullins, que podem veure a la imatge anterior. Com comenta l'autor sobre la seva obra, el títol «Lletgesa» es va triar perquè aquest era el sentiment d'una part de la comunitat matemàtica envers la demostració del teorema dels quatre colors: ofenia el seu sentit estètic i la trobaven lletja, bàsicament perquè no aportava llum sobre el motiu pel qual el nombre quatre fos tan especial.

Actualment ja hi ha altres grans teoremes matemàtics que també s'han demostrat amb l'ajuda de l'ordinador. El dia en què escriurem un enunciat matemàtic en un ordinador i ens dirà si és cert o fals està cada vegada més a prop.

El teatre a Barcelona

Pep Bujosa
Associació Catalana de GeoGebra

En aquest article vull fer un repàs a la cartellera teatral de Barcelona per comentar i recomanar algunes obres, tenint en compte la data aproximada que aquesta revista arribarà a les vostres mans. No vol ser una llista exhaustiva i les recomanacions són molt personals, però, en tot cas, intentaré argumentar el motiu de la meva tria.

Obres d'autors clàssics

Entenc per autor clàssic aquell que, encara que no és contemporani, és un referent per al teatre actual per diferents motius. D'aquesta manera, d'acord amb aquesta definició hi podem trobar autors de l'època clàssica greca, però també altres autors d'èpoques històriques més recents.

Un clar exemple d'autor clàssic és **Eurípides** (485–406 aC). Les seves tragèdies tracten de llegendes i esdeveniments de la mitologia d'un temps llunyà i també de les crueltats de la guerra.

De l'11 de març al 12 de maig podem veure al Teatre Lliure una versió de Lluís Pascual i d'Alberto Conejero de ***Medea***, obra que va escriure Eurípides cap al 431 aC. La dirigeix Lluís Pascual, amb un repartiment molt interessant format per Andreu Benito, Roger Coma, Andrés Herrera i Emma Vilarasau, que fa el paper de Medea. En aquesta obra es tracta el tema de la desigualtat entre homes i dones i explica la venjança de Medea davant la injustícia del poder.

Simultàniament i per pocs dies, només del 20 al 25 de març, estarà en cartell al Romea ***Troyanas***, una altra de les obres de l'autor grec. És una versió també d'Alberto Conejero, dirigida per Carme Portaceli, amb Aitana Sánchez Gijón, Míriam Iscla i Pepa Flores en els papers principals. En aquest cas, l'autor ens mostra els desatres de la guerra i identifica les dones com les seves principals víctimes. Aquest espectacle ja va ser presentat en el Grec 2017 i té una gran bellesa plàstica.

L'altre autor grec que trobem a la cartellera és **Sòfocles** (496–405 aC). És considerat el millor dels dramaturgs grecs. Va transformar l'esperit de la tragèdia. A partir d'ell, encara que la religió i la moral van continuar sent